

第 9 回小テスト

講師: 安永憲司

問題

以下に示す, 二元対称通信路に対する Shannon の通信路符号化定理を参考にして, 次の問いに答えよ.

1. 逆定理は, 誤り訂正に関して否定的なことを述べている. どのような意味で否定的なのか, 説明せよ.
2. 順定理は, 誤り訂正に関して肯定的なことを述べている. しかし, 実際に誤り訂正を行いたいと考える人にとっては, 不十分だと感じる点がある. それはどのような点か, 説明せよ.

定理 1 任意の実数 $0 < p < 1/2$ と $0 < \epsilon < 1/2 - p$ に対して, n が十分に大きいとき, 以下が成り立つ.

- (順定理) $k \leq \lfloor (1 - H(p + \epsilon))n \rfloor$ のとき, ある実数 $\delta > 0$, 符号化関数 $E : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}^n$ と復号関数 $D : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^k$ が存在し, すべての $m \in \{0, 1\}^k$ について,

$$\Pr_{e: \text{BSC}_p \text{ の雑音}} [D(E(m) + e) \neq m] \leq 2^{-\delta n}.$$

- (逆定理) $k \geq \lfloor (1 - H(p) + \epsilon)n \rfloor$ のとき, 任意の符号化関数 $E : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}^n$ と復号関数 $D : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^k$ に対して, ある $m \in \{0, 1\}^k$ が存在し,

$$\Pr_{e: \text{BSC}_p \text{ の雑音}} [D(E(m) + e) \neq m] \geq \frac{1}{2}.$$